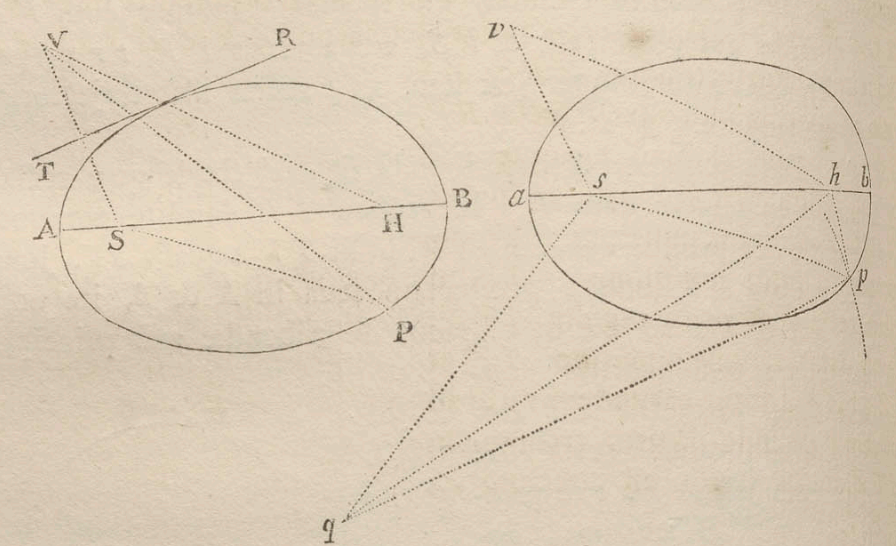
De Motu Corporum

SP ad sp, quæque angulum PSH angulo psh & angulum VSH angulo psq æquales conſtituat. Denique umbilicis S, H, & axe principali AB diſtantiam VH æquante, deſcribatur ſectio conica. Dico factum. Nam ſi agatur sv quæ ſit ad sp ut eſt sh ad sq, quæque conſtituat angulum vsp angulo hsq & angulum vsh angulo psq æquales, triangula svh, spq erunt ſimilia, & propterea vh erit ad pq ut eſt sh ad sq, id eſt (ob ſimilia triangula VSP, hsq) ut eſt VS ad SP ſeu ab ad pq. Æquantur ergo vh & ab.



Porro ob ſimilia triangula VSH, vsh, eſt VH ad SH ut vh ad sh, id eſt, axis conicæ ſectionis jam deſcriptæ ad illius umbilicorum intervallum, ut axis ab ad umbilicorum intervallum sh; & propterea figura jam deſcripta ſimilis eſt figuræ apb. Tranſit autem hæc figura per punctum P, eo quod triangulum PSH ſimile ſit triangulo psh; & quia VH æquatur ipſius axi & VS biſecatur perpendiculariter a recta TR, tangit eadem rectam TR. Q.E.F.

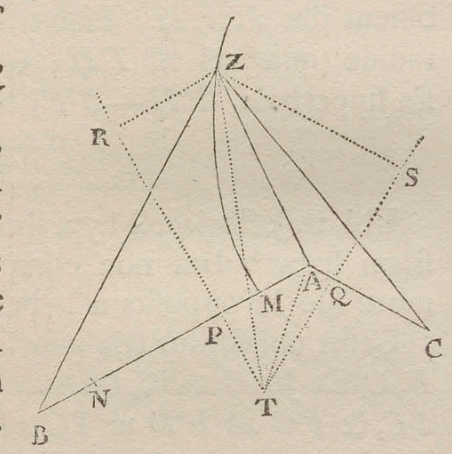
LEMMA XVI.

A datis tribus punctis ad quartum non datum inflectere tres rectas quarum differentiæ vel dantur vel nullæ ſunt.

Caſ. 1. Sunto puncta illa data A, B, C & punctum quartum Z, quod invenire oportet; ob datam differentiam linearum AZ, BZ, locabitur

Liber Primus.

locabitur punctum Z in hyperbola cujus umbilici ſunt A & B, & principalis axis differentia illa data. Sit axis ille MN. Cape PM ad MA ut eſt MN ad AB, & erecta PR perpendiculari ad AB, demiſſaque ZR perpendiculari ad PR; erit, ex natura hujus hyperbolæ, ZR ad AZ ut eſt MN ad AB. Simili diſcurſu punctum Z locabitur in alia hyperbola, cujus umbilici ſunt A, C & principalis axis differentia inter AZ & CZ, ducique poteſt QS ipſi AC perpendicularis, ad quam ſi ab hyperbolæ hujus puncto quovis Z demittatur normalis ZS, hæc fuerit ad AZ ut eſt differentia inter AZ & CZ ad AC. Dantur ergo rationes ipſarum ZR & ZS ad AZ, & idcirco datur earundem ZR & ZS ratio ad invicem; ideoque ſi rectæ RP, SQ concurrant in T, & agantur TZ & TA, figura $TRZS$ dabitur ſpecie, & recta TZ in qua punctum Z alicubi locatur, dabitur poſitione. Dabitur etiam recta TA, ut & angulus ATZ; & ob datas rationes ipſarum AZ ac TZ ad ZS dabitur earundem ratio ad invicem; & inde dabitur triangulum ATZ, cujus vertex eſt punctum Z. Q.E.I.



Caſ. 2. Si duæ ex tribus lineis, puta AZ & BZ, æquantur, ita age rectam TZ, ut biſecet rectam AB; dein quære triangulum ATZ ut ſupra.

Caſ. 3. Si omnes tres æquantur, locabitur punctum Z in centro circuli per puncta A, B, C tranſeuntis. Q.E.I.

Solvitur etiam hoc lemma problematicum per librum tactionum *Apollonii* a *Vieta* reſtitutum.

PROPOSITIO XXI. PROBLEMA XIII.

Trajectoriam circa datum umbilicum deſcribere, quæ tranſibit per puncta data & rectas poſitione datas continget.

Detur umbilicus S, punctum P, & tangens TR, & inveniendus ſit umbilicus alter H. Ad tangentem demitte perpendiculum ST, & pro-